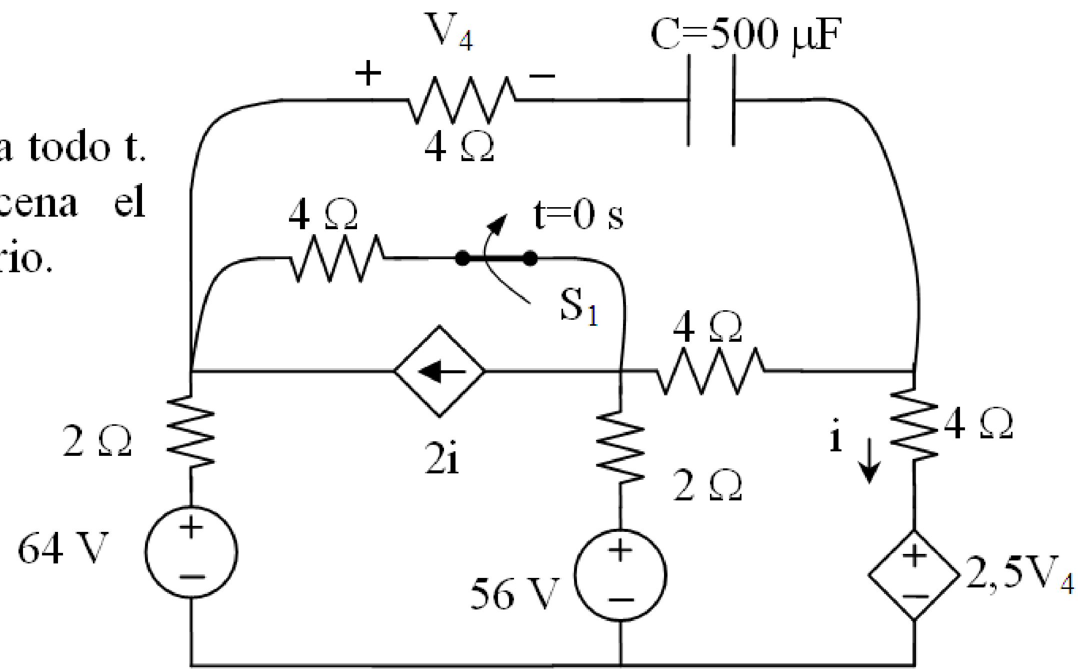
Régimen Transitorio

Prof. Gerardo Ceballos

Régimen Transitorio

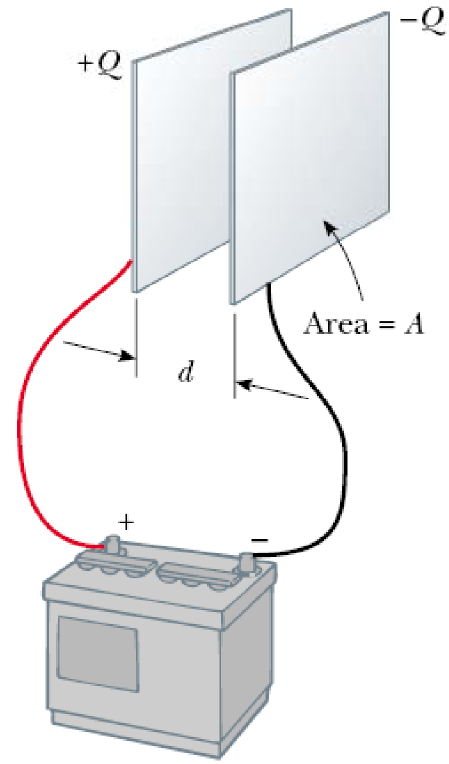
- En general un capacitor o un inductor equivalente y varias resistencias (circuitos de primer orden)

1- En t=0 *s* el interruptor S_1 se abre.
a) Hallar y graficar $V_C(t)$ e $i_C(t)$ para todo t.
b) Hallar la energía que almacena el capacitor antes y después del transitorio.
(7 ptos)

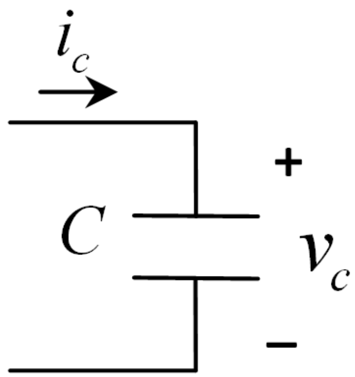


Capacitancia

$$C = \frac{\epsilon A}{d}$$



Capacitor

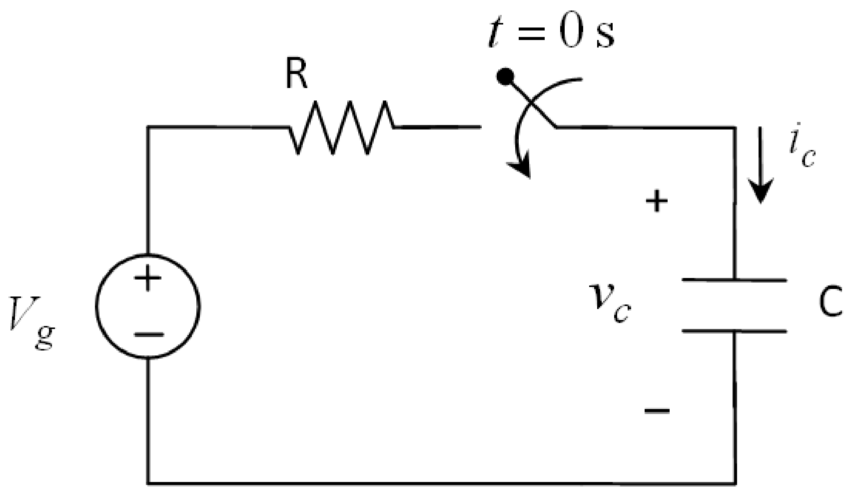


$$C = \frac{q}{v}$$

$$i_c = C\,\frac{dv_c}{dt}$$

$$v_c(t) = v_c(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i_c(\tau)\,d\tau$$

Análisis del circuito RC de 1er orden



$$V_g = Ri_c + V_c$$

$$V_g = RC\frac{dV_c}{dt} + V_c$$

$$\frac{dV_c}{dt} + \frac{1}{RC}V_c = \frac{V_g}{RC}$$

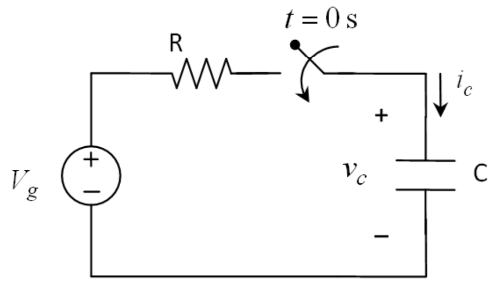
Ec. Diferencial de 1er Orden

$$V_c(t) = V_{ch}(t) + V_{cp}(t)$$

Respuesta transitoria (Sol . De la ec. dif. homogénea)

Respuesta forzada o particular (Sol . De la ec. dif. particular)

INGENIERIA UNIVERSIDAD DE LOS ANDES MÉRIDA VENEZUELA



$$V_c(t)=V_{ch}(t)+V_{cp}(t)$$

Sol. Homogénea:

$$\frac{dV_c}{dt}+\frac{1}{RC}V_c=0 \Rightarrow V_{ch}(t)=Ae^{mt}$$

$$Ame^{mt}+\frac{A}{RC}e^{mt}=0 \Rightarrow \begin{matrix} A\neq 0 \\ e^{mt}\neq 0 \\ m=-\frac{1}{RC} \end{matrix} \Rightarrow V_{ch}(t)=Ae^{-\frac{t}{RC}}$$

Sol. Particular: de la misma forma que $\Phi(t)=\frac{V_g}{RC} \Rightarrow V_{cp}(t)=K$

$$\frac{dK}{dt}+\frac{1}{RC}K=\frac{V_g}{RC} \Rightarrow K=V_g \Rightarrow V_{cp}(t)=V_g$$

Para hallar A se usan las condiciones iniciales:

$$V_c(\infty)=V_g$$

$$V_c(t)=Ae^{-\frac{t}{RC}}+V_g \Rightarrow V_c(0^+)=Ae^{-\frac{0}{RC}}+V_g$$

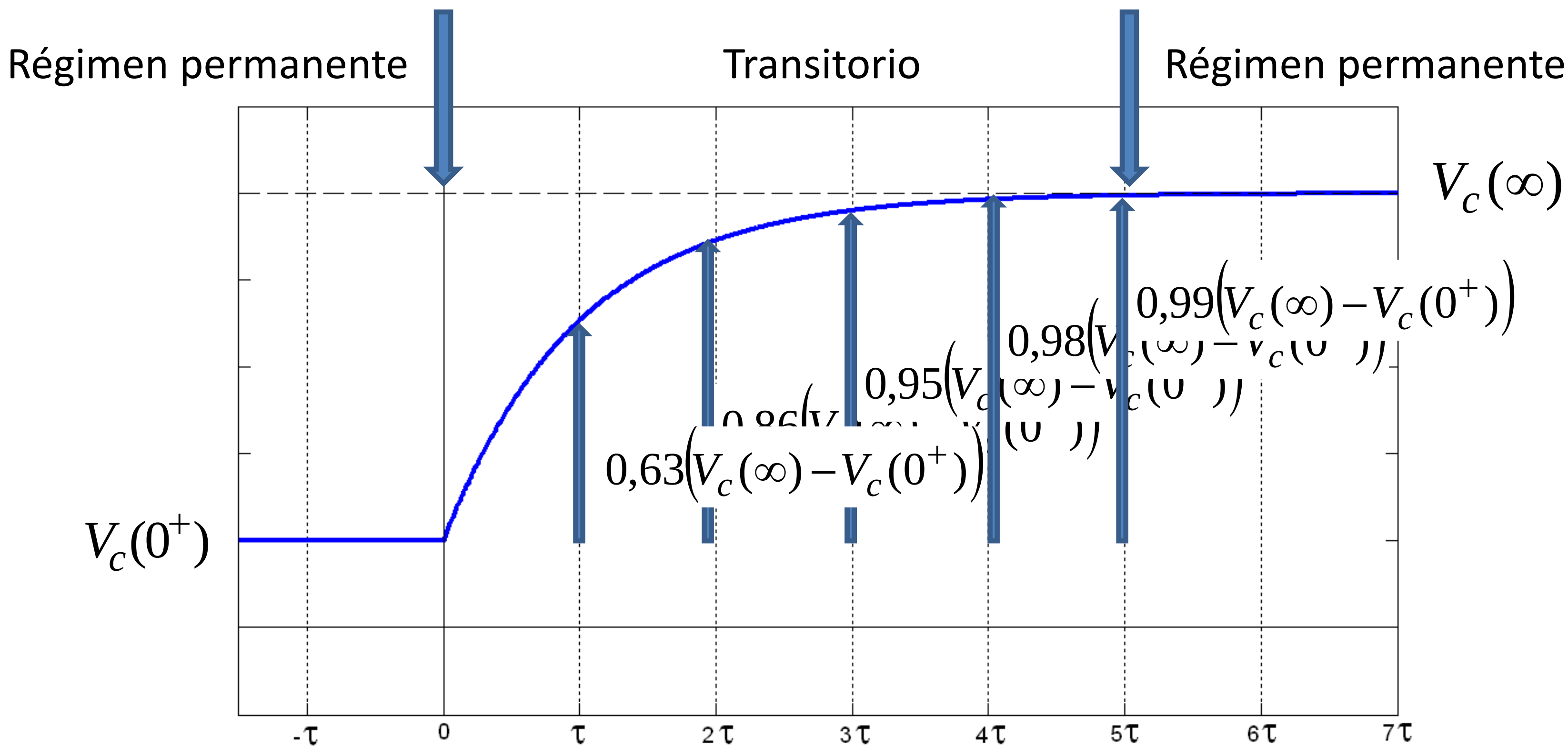
$$\Rightarrow A=V_c(0^+)-V_g \Rightarrow \boxed{V_c(t)=V_c(\infty)+\left(V_c(0^+)-V_c(\infty)\right)e^{-\frac{t}{RC}}}$$

Constante de tiempo

$$V_c(t) = V_c(\infty) + \left(V_c(0^+) - V_c(\infty)\right)e^{-\frac{t}{R_{Th}C_{eq}}}$$

$$\tau = R_{Th}C_{eq}$$

Duración del transitorio: $t_s = 5\tau$



Pasos para analizar un circuito RC de primer orden

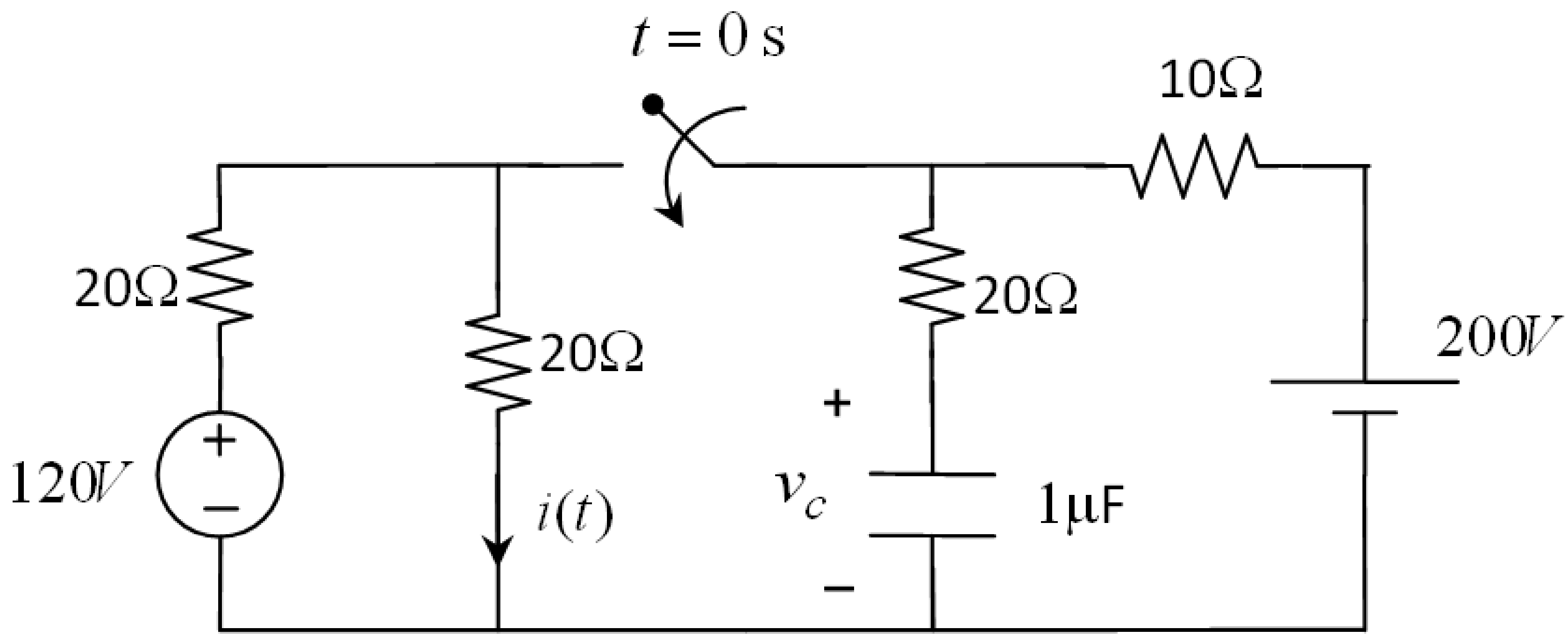
$$V_c(t) = V_c(\infty) + \left(V_c(0^+) - V_c(\infty)\right)e^{-\frac{t}{R_{Th}C_{eq}}}$$ solo si RTH>0

$$x_c(t) = x_c(\infty) + \left(x_c(0^+) - x_c(\infty)\right)e^{-\frac{t}{R_{Th}C_{eq}}}$$

- Analizar en $t=0^-$ para hallar $Vc(0^-)$, se puede modelar el condensador como un abierto.
- Analizar en $t=0^+$, donde $Vc(0^+)=Vc(0^-)$, se puede modelar al condensador como una fuente con valor $Vc(0^+)$
- Analizar para t>0
  - Equivalente de Thevenin, $V_{Th}=Vc(\infty)$, $\tau=R_{th}C_{eq}$

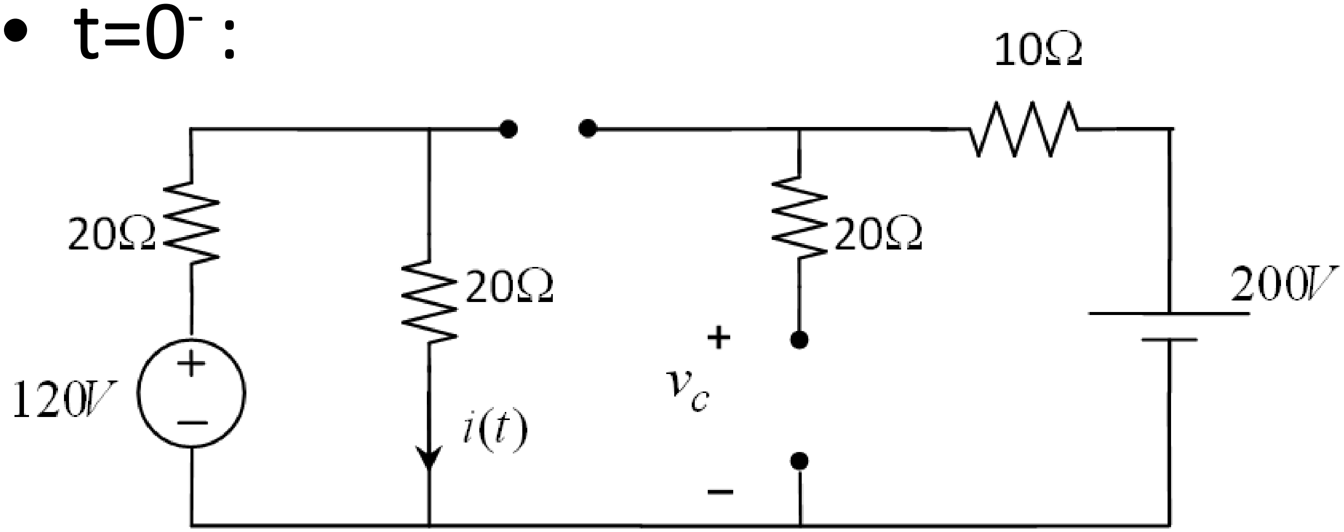
Ejercicio sencillo

- Dibujar detalladamente i(t) e Vc(t)



Ejercicio sencillo

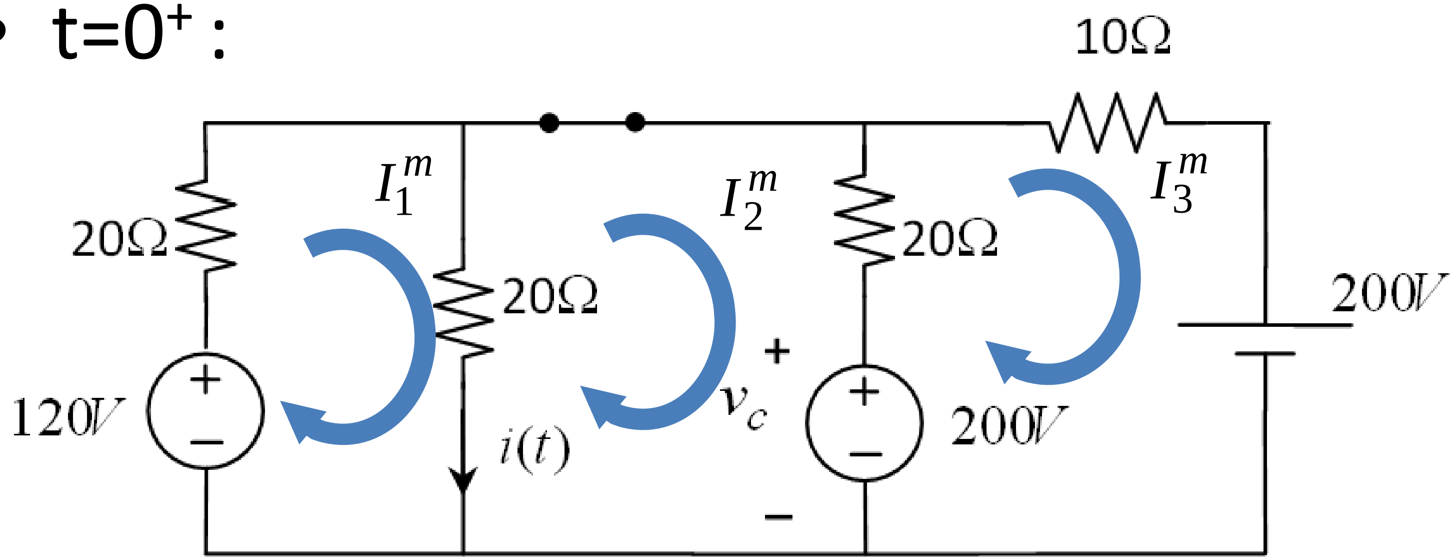
- $t=0^{-}$:



$$i(0^{-}) = 3A \qquad V_c(0^{-}) = 200V$$

Ejercicio sencillo

- $t=0^{+}$:



$$40I_1^m - 20I_2^m = 120$$

$$-20I_1^m + 40I_2^m - 20I_3^m = -200$$

$$-20I_2^m + 30I_3^m = 200 - 200$$

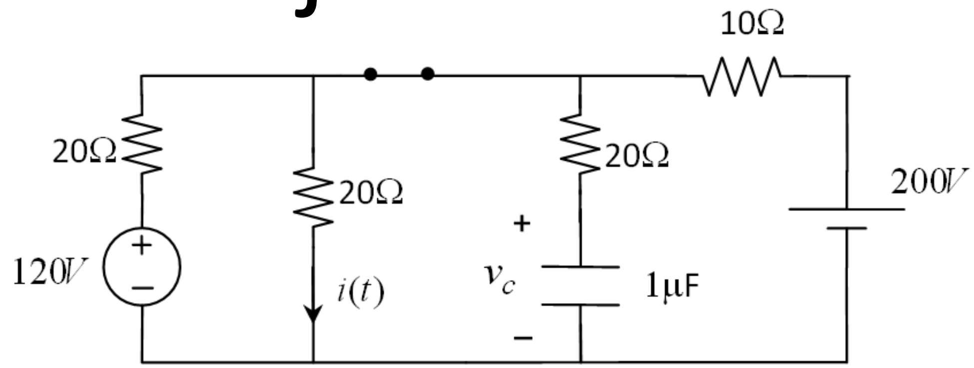
$$V_c(0^+) = V_c(0^-) = 200V$$

$$i(0^+) = I_1^m - I_2^m = 7{,}2A \qquad i(0^+) \neq i(0^-)$$

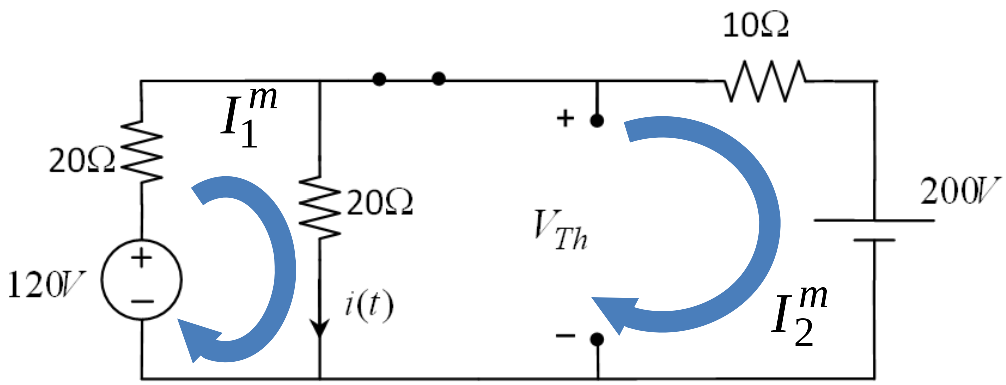
o convirtiendo las ramas de resistencias con fuentes de voltaje
a fuentes de corriente en paralelo con resistencias, para conbinar
las fuentes de corriente y las resistencia y hacer divisor de corriente.

Ejercicio sencillo

- t>0 :



Equivalente de Thevenin: R_{Th}=25Ω



$$\left.\begin{aligned} 40I_1^m - 20I_2^m &= 120 \\ -20I_1^m + 30I_2^m &= -200 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} I_1^m &= -0{,}5A \\ I_2^m &= -7A \end{aligned}$$

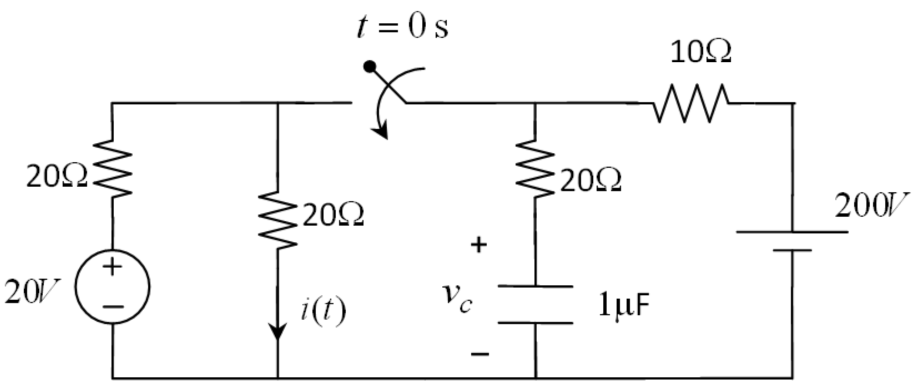
$$V_{Th} = 200 + 10I_2^m = 130V$$

- t=∞ : $V_c(\infty) = V_{Th}$

$$i(\infty) = I_1^m - I_2^m = 6{,}5A$$

Se aprovecha el circuito usado para hallar VTH

Ejercicio sencillo



$$\overbrace{V_c(t)=V_c(\infty)}^{V_{Th}}+\left(V_c(0^+)-\overbrace{V_c(\infty)}^{V_{Th}}\right)e^{-\frac{t}{R_{Th}C}}$$

$$V_c(t)=130+\underbrace{(200-130)}_{70}e^{-\frac{t}{25\mu}}$$

$$\tau = R_{Th}C_{eq} = 25\Omega.1\mu F = 25\mu s$$

$$t_s = 5\tau = 5.25\mu s = 125\mu s$$

$$i(t)=i(\infty)+\left(i(0^+)-i(\infty)\right)e^{-\frac{t}{R_{Th}C}}$$

$$i(t)=6,5+\underbrace{(7,2-6,5)}_{0,7}e^{-\frac{t}{25\mu}}$$